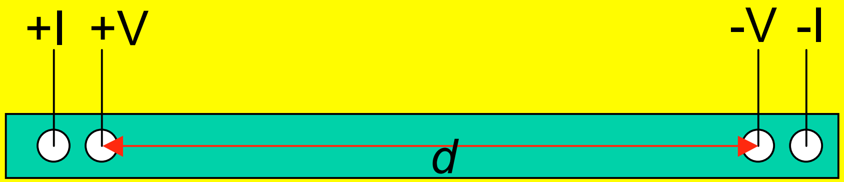
第10回　電気抵抗

オームの法則　　$V=IR$

電位差Vは、電流Iと抵抗Rに比例する

実験法



4端子法

$$R = \rho\frac{d}{S} \qquad \sigma = \frac{1}{\rho}$$

ρ ：抵抗率
σ ：伝導率

電流Iは、電子の速度vに比例する
電位差Vは、電場Eに比例する

電位差Vと抵抗Rが一定であれば、電流Iも一定である。
つまり、電場Eが一定であれば、電子の速度vも一定（等速度運動）である

電子の運動エネルギーε

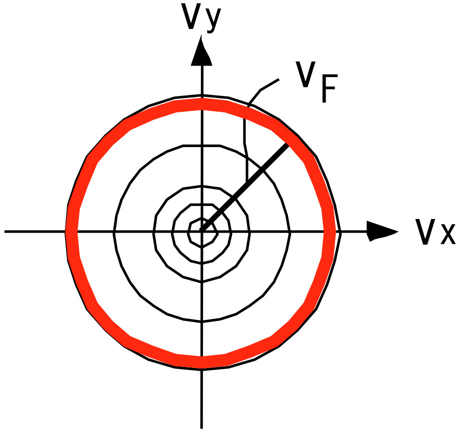
$$\varepsilon = \frac{1}{2} m v^2 = \frac{p^2}{2m} = \frac{(\hbar k)^2}{2m}$$

速度vと運動量pと波数kの関係

$$vm = p = \hbar k$$

実際に、電子の運動を考えて見よう！！

(a) E=0 (電場ゼロ）の場合



$v = 0$ を中心とした、

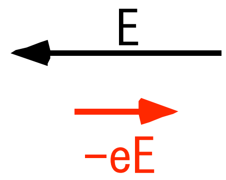
半径　$v_F = \dfrac{\hbar k_F}{m}$ の球をぎっしり詰めたかんじ!!

（ v_Fをフェルミ速度と呼ぶ ）

→ 平均速度　<u>球の中心 $\langle v \rangle = 0$</u>

全体として、電子が流れていない！

(b)　$E\neq 0$ (電場がかかっている)場合

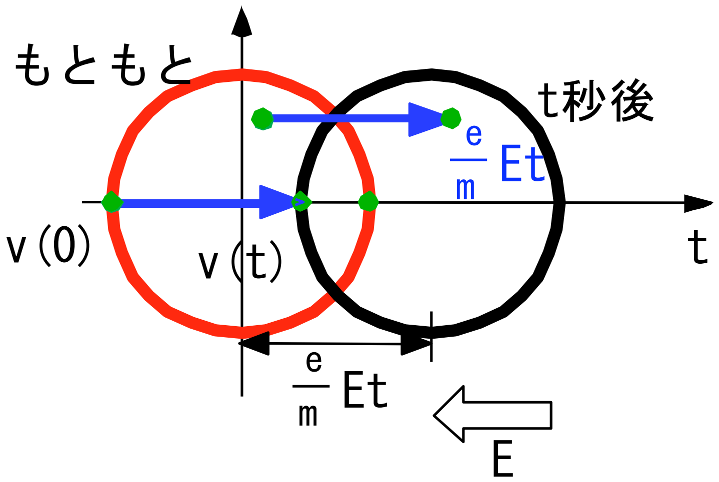


個々の電子の運動方程式

$$m\frac{dv}{dt} = -eE \qquad \text{①}$$

e : 電荷

$$\mathbf{v}(t) = \mathbf{v}(0) - \frac{e}{m}\mathbf{E}t$$



球の形はそのままで、

毎秒　$\dfrac{e}{m}E$　の割合で

電場と反対方向に加速されていく。

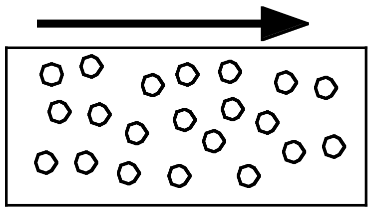
→　そのままでは
どんどん加速され続けてしまう！

→ オームの法則 $E \propto I \propto v$が成り立たない。

→ 何が悪い？

答え

「結晶中の電子は等加速度運動をしている」
という仮定が悪い。



この後
出てくる

→ 電子の運動は、フォノンの運動と似ていて、よく散乱される。

→ 電場で加速されて、すぐ散乱される。

どんな風に？

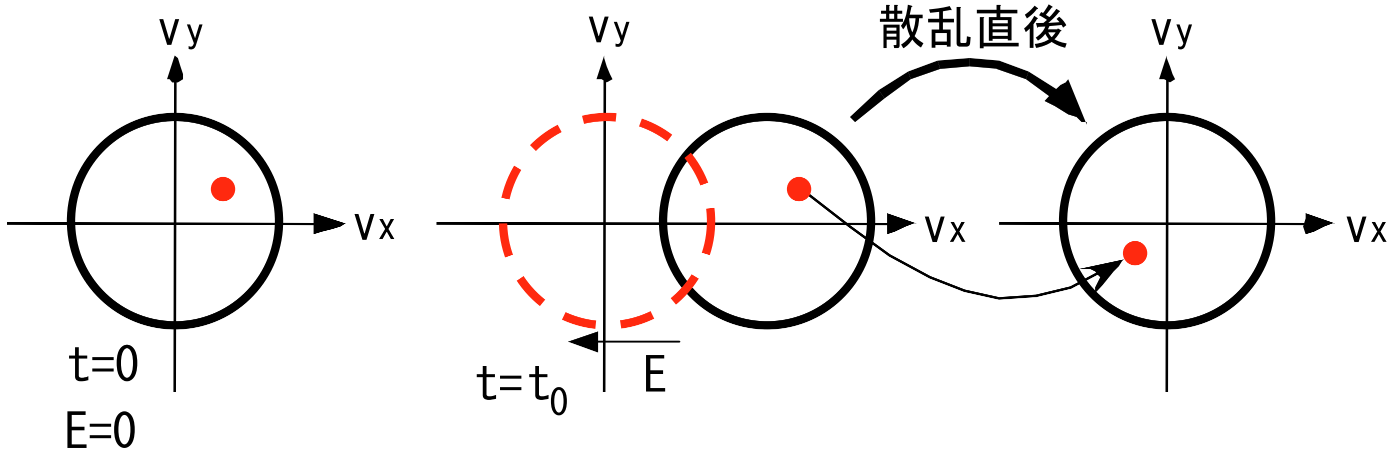
弾性散乱（エネルギーを失わない。）散乱の前後で速さは同じ

散乱後の方向は、散乱前の方向とは無関係に 3次元方向に散る

⇒ 散乱後 $\langle v \rangle = 0$ に戻る

このとき、電場によって得た速度 $\frac{e\mathbf{E}}{m}t$ も消える。

つまり、、、絵で書くと。。。



このように、散乱を取り入れると、
無制限に電子が加速されるのが妨げられる。

散乱の影響を取り入れると、

$$\frac{d\bar{v}}{dt} = -\frac{eE}{m} - \frac{\bar{v}}{\underline{\tau}} \qquad \text{——————} \quad ②$$

散乱を表す項が付け加わる

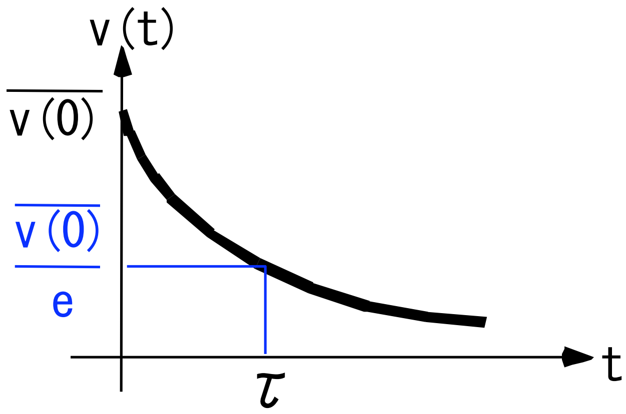
次に、—— の項について考えてみる。

E=0 のとき

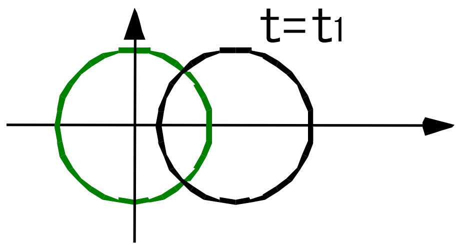
$$\frac{d\bar{v}}{dt} = -\frac{\bar{v}}{\tau}$$

$$\therefore\ \bar{\mathbf{v}} = \bar{\mathbf{v}}(0)\,e^{-\frac{t}{\tau}} \qquad \text{③}$$

$\bar{\mathbf{v}}(0)$: 時刻t=0における平均速度



この解は、電子系の速度（電流）は
時間と共にゼロに近づくことを表している。



が　に戻されるという　効果を $-\frac{\bar{\mathbf{v}}}{\tau}$ は 持つ

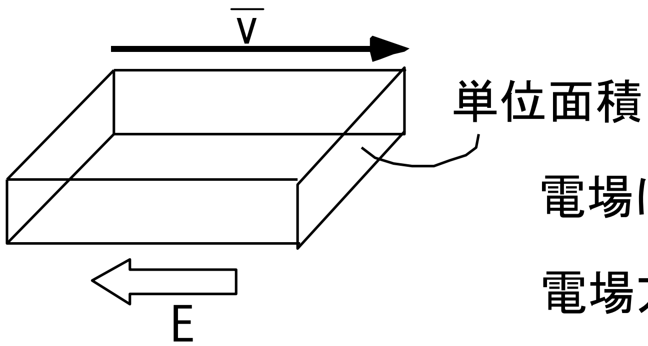
そこで、$\dfrac{d\bar{v}}{dt} = -\dfrac{eE}{m} - \dfrac{\bar{v}}{\tau}$ ―② について、定常解を求める

時間に依らず一定の解

$\dfrac{d\bar{v}}{dt} = 0$　として、

$$-\frac{eE}{m} = \frac{\bar{v}}{\tau} \quad \Rightarrow \quad \bar{v} = -\frac{e\mathbf{E}}{m}\tau$$

時間に依らず一定



電場に垂直な単位面積の底面をもち、

電場方向に $\bar{v}$ の長さをもつ柱を考える。

平均速度が、$\bar{v}$ なので、
柱の中の全ての電子が、単位時間で、考えている単位面積を通過する。

その電子数は、
その系の電子密度を、$n_e \left(= \dfrac{N}{V} \right)$ とすれば、$n_e\bar{v}$ となる。

体積

従って、電場に垂直な単位面積を通って単位方向に流れる電気量、
すなわち、電流密度　j と電気伝導度　σ は、

$$j = -n_e e\bar{v} = \frac{n_e e^2 \tau}{m}\mathbf{E}$$

$$\sigma = \frac{j}{\mathbf{E}} = \frac{e^2 n_e \tau}{m}$$

τ についてもう一度考えてみる。

τ : 電子が散乱される平均時間間隔

電子の平均自由行路　L_e とおけば、

$$\tau = \frac{L_e}{v_F}$$

これは、フェルミ速度を持った電子だけが、
散乱に寄与することを意味する。

$$\sigma = \frac{n_e e^2 L_e}{m v_F}$$

実際に実験データを見ると･･･

σ を測定 → 金属の L_e を求める

⇒ 数百Å

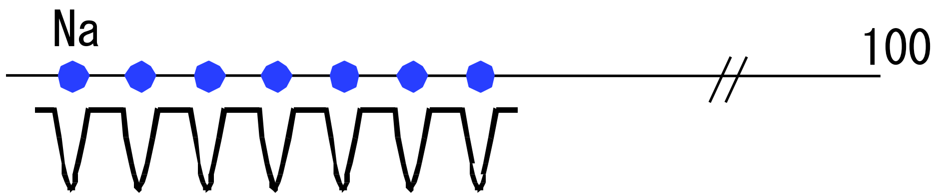
→ 結晶の原子間距離の約100倍

10^{-10} m
原子間隔

電子はかなり遠くまで自由に運動できる

↓

自由電子論もそうそう悪くない!!



自由電子論：電子が周りの電子の影響を受けずに
自由に運動していると仮定している理論